

# 数学的な考え方とその指導

## Mathematical Thinking and How to Teach It

片桐重男 Shigeo Katagiri

2006,12, 4 札幌で in Sapporo

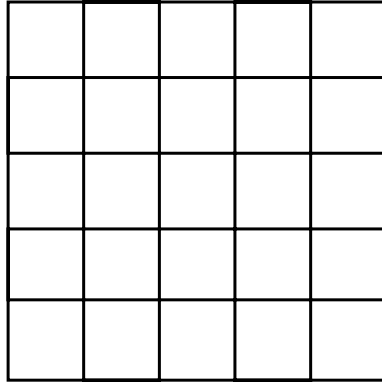
### 教育のねらいは: The Aim of School Education

児童生徒一人一人が、  
如何に社会が変化しようと、  
自分で課題を見つけ、自ら  
学び、自ら考え、  
主体的に判断し、行動し、  
よりよく問題を解決する  
資質や能力を育てること

“To cultivate qualifications and competencies among each individual school child, including the ability to find issues by oneself, to learn by oneself, to think by oneself, to make judgments independently and to act, so that each child can solve problems more skillfully, regardless of how society might change in the future

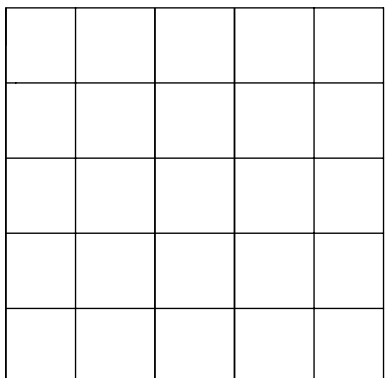
例1、下の図に正方形はいくつあるか

Ex,1 How many squares are there in the following figure?



数学的な考え方: 関数的  
数えやすいものに置き換えて

MT Functional Thinking  
Replacing to Easy-to-count things



1	$25=5 \times 5$
2	$16=4 \times 4$
3	$9=3 \times 3$
4	$4=2 \times 2$
5	$1=1 \times 1$
<hr/>	
計(S)	55

## 例1の数学的な考え方

数え方の工夫:分類して

関数的

(数えやすいものに置き換えて)

: 一般化

式に表そう

帰納的な考え方

類推的な考え方

Mathematical Thinking of  
Ex.1

Coming up with more  
convenient counting  
method (classifying)

Functional Thinking

(Replacing to Easy-to-count  
things)

Thinking that generalizes

Expressing as formulas

Inductive thinking

Analogical thinking

## 例2 2年「かけざん」

Ex,2 grade Multiplication

1台の車に2人ずつのりと  
4台なら何人乗れるか

If two people ride  
on a car, how many  
people in total can  
ride on four cars?

お菓子を 1人に3こずつ  
あげる。6人なら何こいるか

If we want to give three  
candies per person, how  
many candies do we  
need in total for six  
people?

$$2 \times 4$$

$$3 \times 6$$

かけざんを習う前に  
掛け算の問題は、できる！

Before they learn  
multiplication , they can  
solve multiplication  
problems

1台の車に2人ずつのると  
4台なら何人乗れるか

If two people ride  
on a car, how many  
people in total can  
ride on four cars?

お菓子を 1人に3こずつ  
あげる。6人なら何こいるか

If we want to give three  
candies per person, how  
many candies do we  
need in total for six  
people?

$$2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

簡潔明確に表そう！

Attempting to express clearly  
and succinctly

新しい演算(掛け算)のよさを  
とらえよう

Attempting to appreciate a  
new operation

新しい計算・記号の  
約束をする

To define new operation  
and symbol

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 6 = 18$$

九九,例えば3の段の作成	Create a times table for say, the 3s:
掛け算の意味に基づいて 同数累加を繰り返して、作る (操作の考え:演算の意味に基づいて)	Making the 3s by doing repeatedly the repeated additions. (Idea of operation ; thinking on the meaning of multiplication)
例(Ex) $3 \times 3 = 3 + 3 + 3 = 9$ $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ $3 \times 5 = 12 + 3 = 15$	
そして $A \times (B + 1) = A \times B + A$ を見出し(帰納的) そのわけを説明する(演繹的) 更に他の段の作成に、 このルールを類推し、用いる	And to find (inductive) $A \times (B + 1) = A \times B + A$ . To explain its reason( deductive) . Moreover to analogize and apply this rule to make 4s,6s etc

数学的な考え方の特徴	Characteristics of MT
1 (心的)構えに着目	1、 Focus on (mental)Set
2、3つの変数に依存	2、 Depending on 3 Variables
問題(場面)、人 アプローチの仕方	problem(situation)、 person, method of approach (strategy)
3、外延的把握	3、 Denotative Understanding
4、知識・技能を駆り立てる力	4、 the Driving Force behind Knowledge and Skills

# 数学的な考え方とは

# What is Mathematical Thinking?

数学的な**態度**

、Mathematical **Attitudes**

・数学の**方法**に関係した数学的な考え方

・MT related to Mathematical **Methods**

・数学の**内容**に関係した数学的な考え方

・MT related to Mathematical **Contents**

(注) 、は 、 を支え、これを発動させる数学的な考え方

(Note) is MT that supports and drives ,

## 例3、植木算

例、真っ直ぐな道に沿って 4 m おきに 木を 20本植えた この道の長さはいくらか

EX. "20 trees are planted 4m apart along a straight road. How long is the road in meters?"

間の数=本数-1

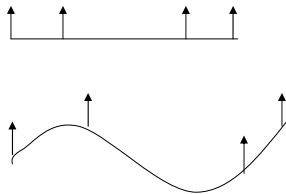
(space between trees)  
= (number of trees) - 1

$$S = T - 1 \cdots (1)$$

木の本数	2	3	4	5
間の数	1	2	3	4

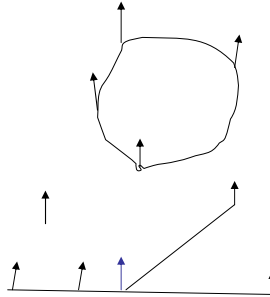
帰納的  
Inductive

•  $S = T - 1$



関数的 (条件を変えると、  
きまりがどう変わるか)  
更に発展的に考え、  
新しい問題を発見

(2)  $S = T$



**Functional** (if conditions are  
changed, how does the rule  
change?)  
**Developmental Thinking** and  
discovering new problem

数学的な考え方のより  
よい指導のために

For teaching better  
the mathematical  
thinking

1. 数学的な考え方を  
目標と  
展開と  
授業のまとめとに  
明確に示す

1, To present clearly  
MT  
in **Objective**  
in **Learning process**  
and in **Summary**

2. 数学的な考え方を指導  
する発問を明らかにする

2, To clarify **Questions**  
for Eliciting MT